



Моделирование динамики распределения доходов в России

Алан Нартиков
Анатолий Пересецкий

Цели

- Оценить параметры обобщённого бета-распределения второго типа методом псевдо-максимального правдоподобия;
- Оценить значения индикаторов неравенства как функций от параметров распределения;
- Прогнозирование мер неравенства путём использования скользящего окна

Работа с данными

- Объединение 52-х квартальных массивов в один;
- Эквивалентный располагаемый доход домохозяйства;
- Агрегирование наблюдений в соответствии с региональным делением;
- Взвешивание наблюдений;
- Устранение аномальных наблюдений.

Generalized Beta Distribution of II Kind

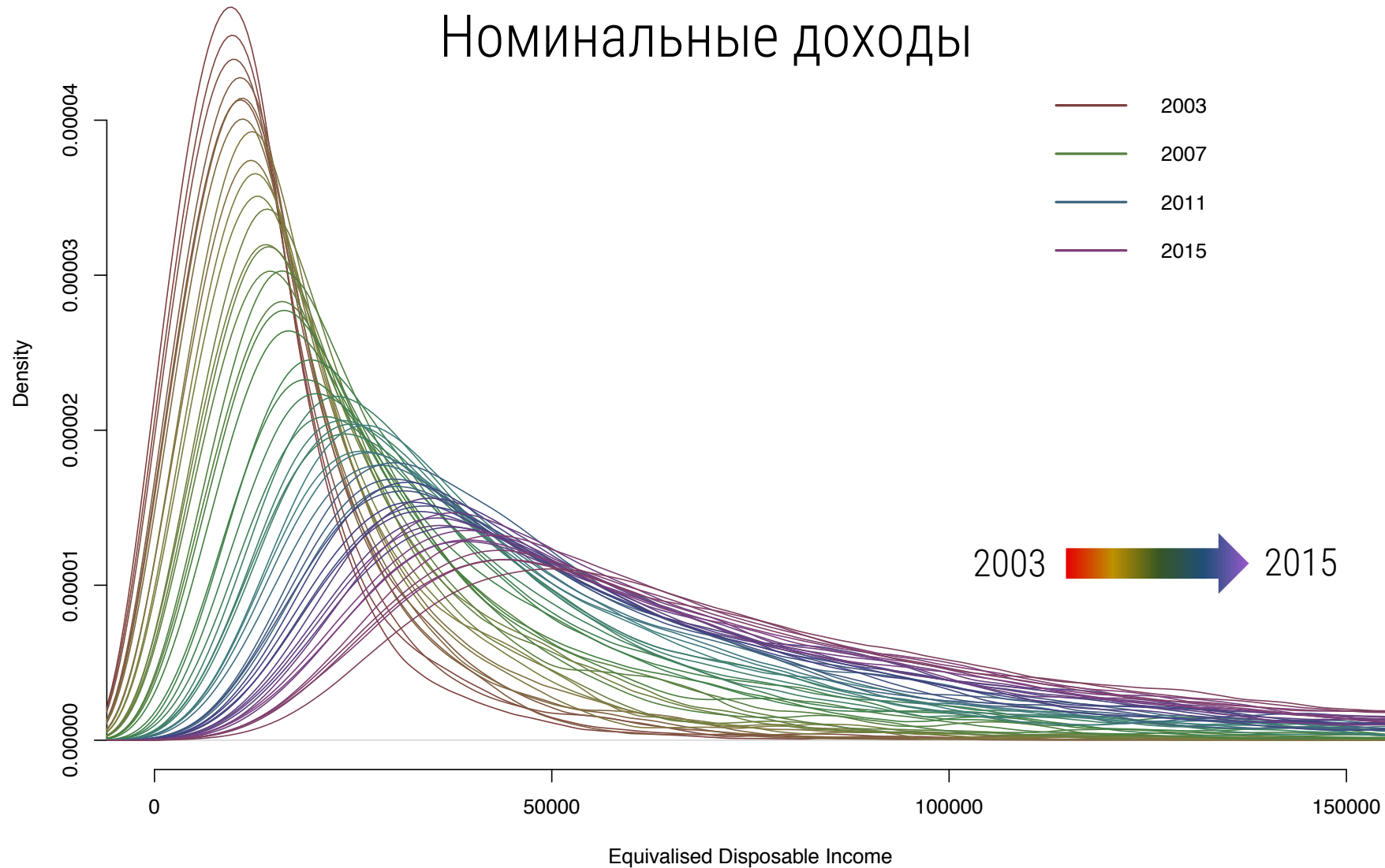
Функция плотности распределения (McDonald, 1984):

$$f(x; a, b, p, q) = \frac{|a|}{bB(p, q)} \times \frac{(x/b)^{ap-1}}{(1 + (x/b)^a)^{p+q}}$$

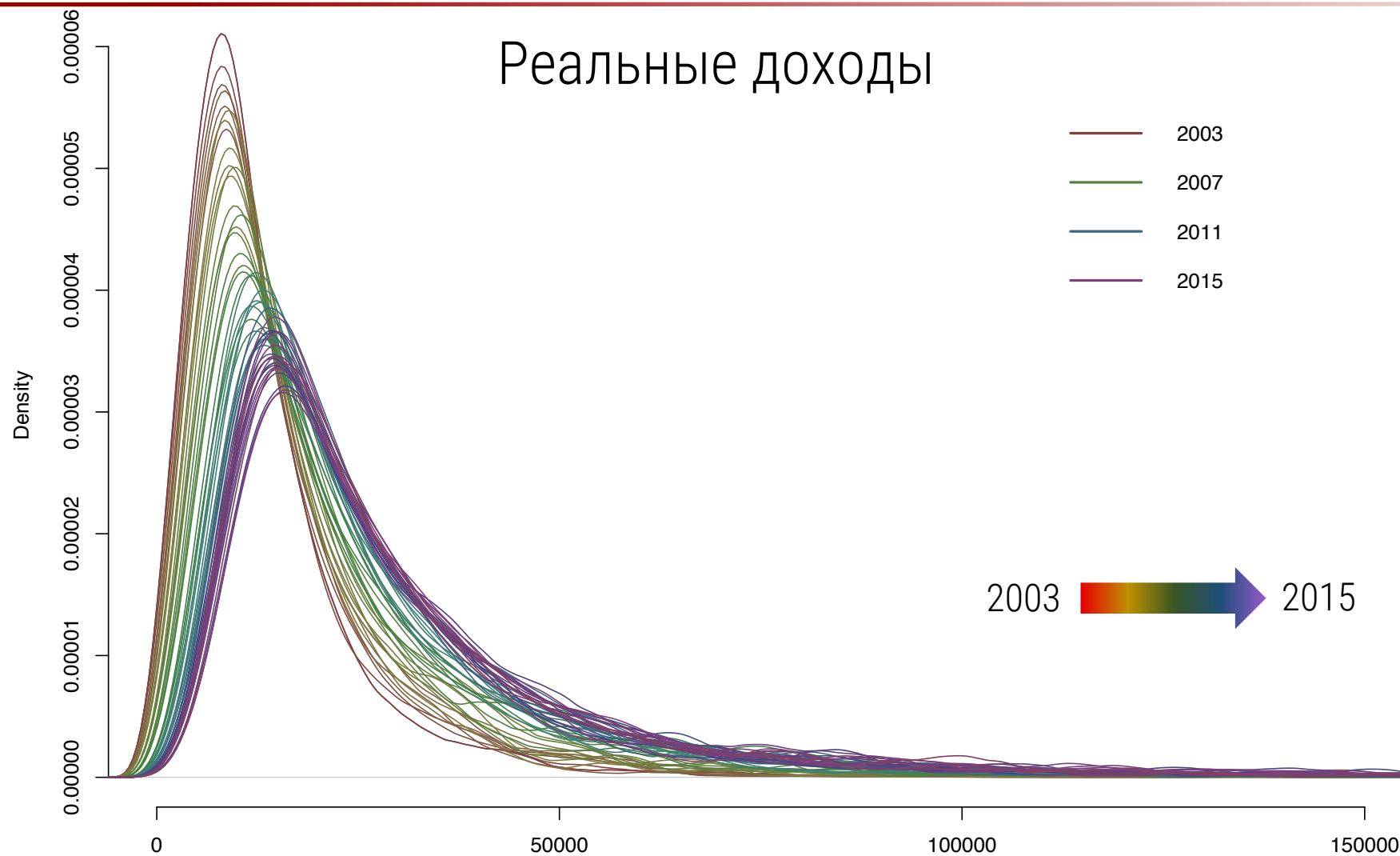
Функция распределения

$$F(x; a, b, p, q) = \frac{1}{B(p, q)} \int_{-\infty}^{(x/b)^a} \frac{(x/b)^{a(p-1)}}{(1 + (x/b)^a)^{p+q}} d(x/b)^a$$

Kernel Density Estimation

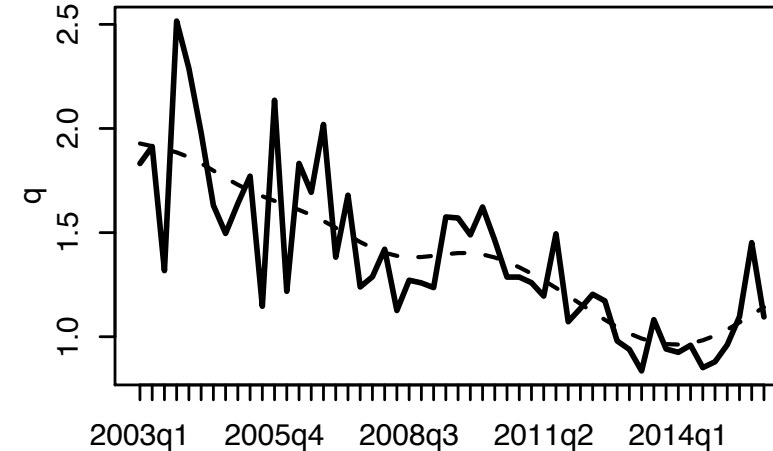
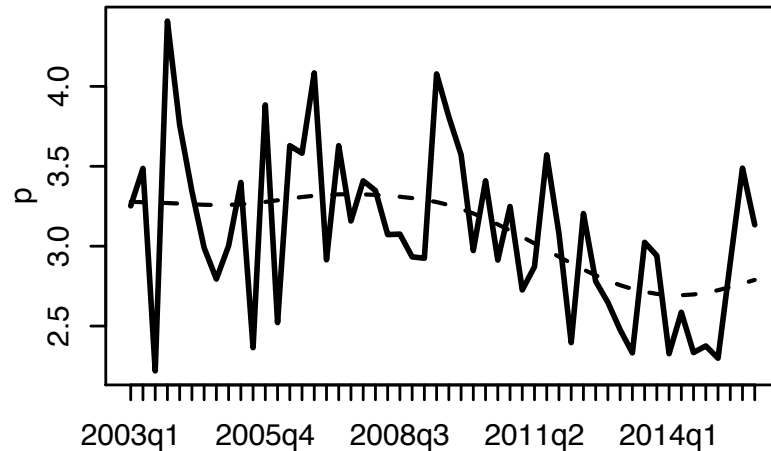
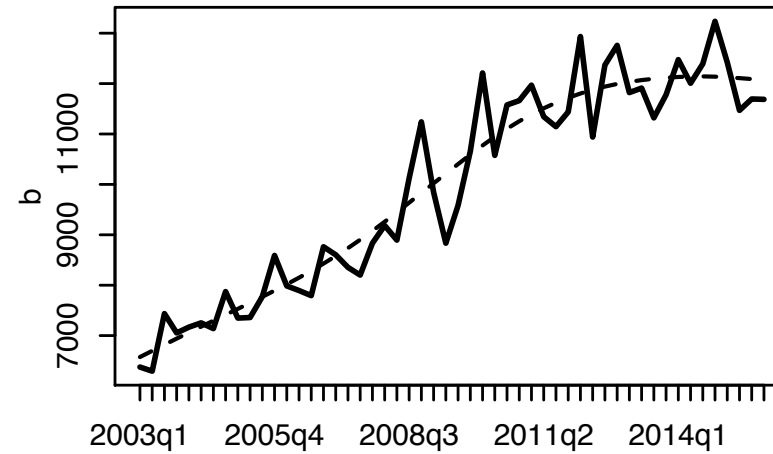
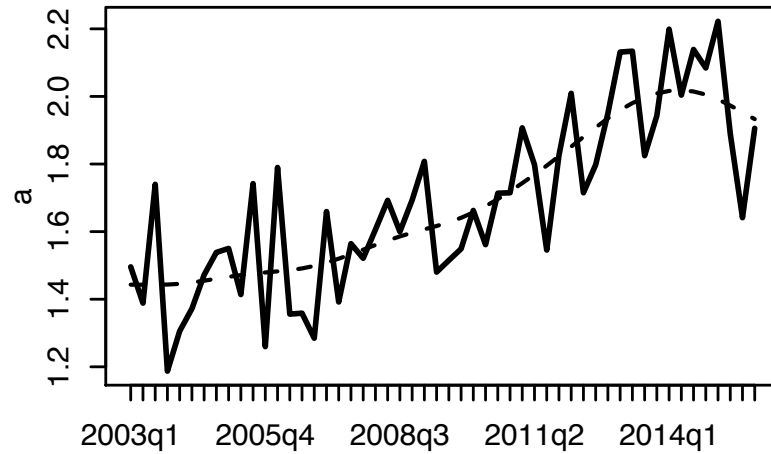


Kernel Density Estimation

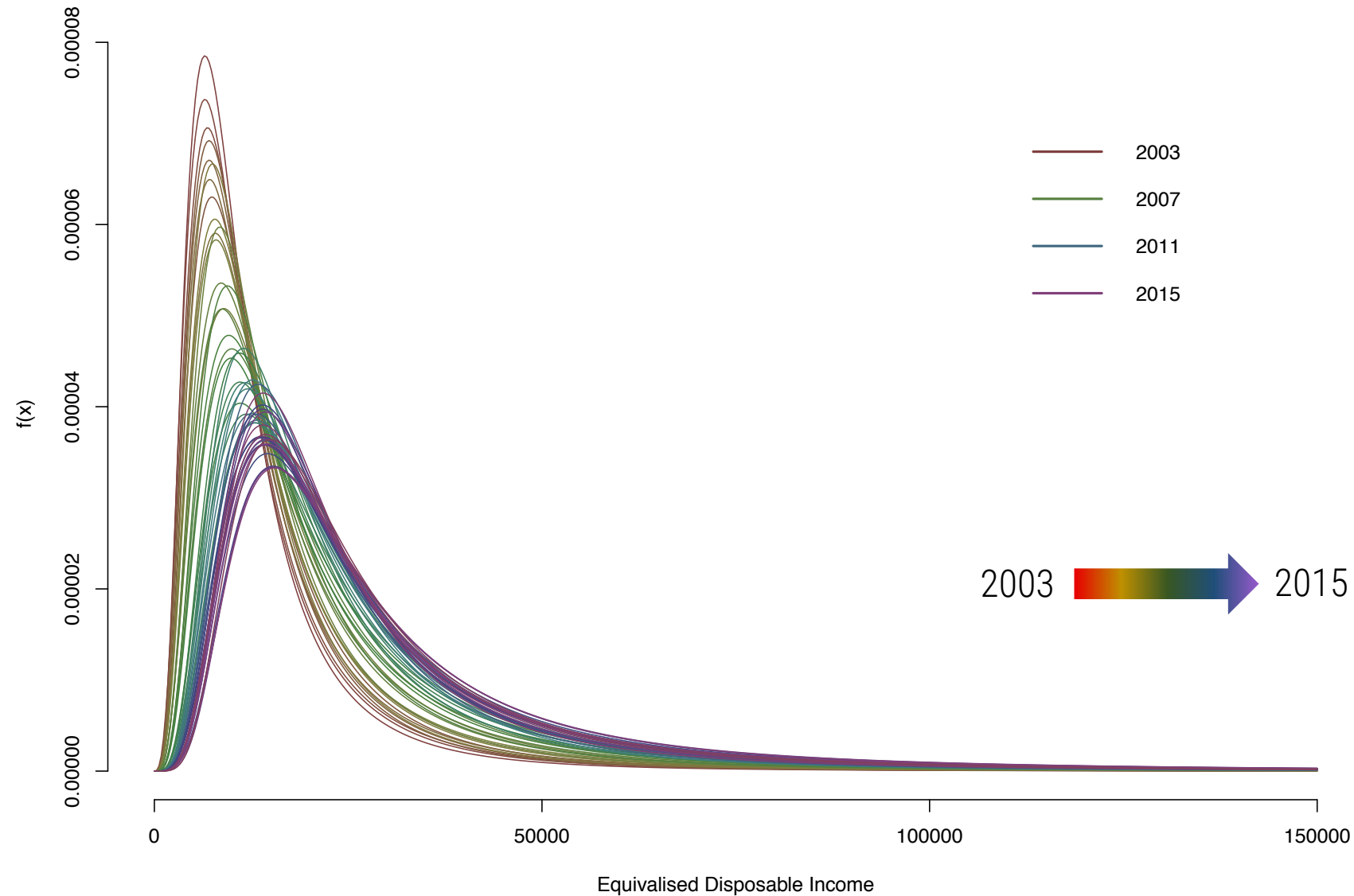


Maximum Pseudo-Likelihood Estimation

Динамика параметров распределения



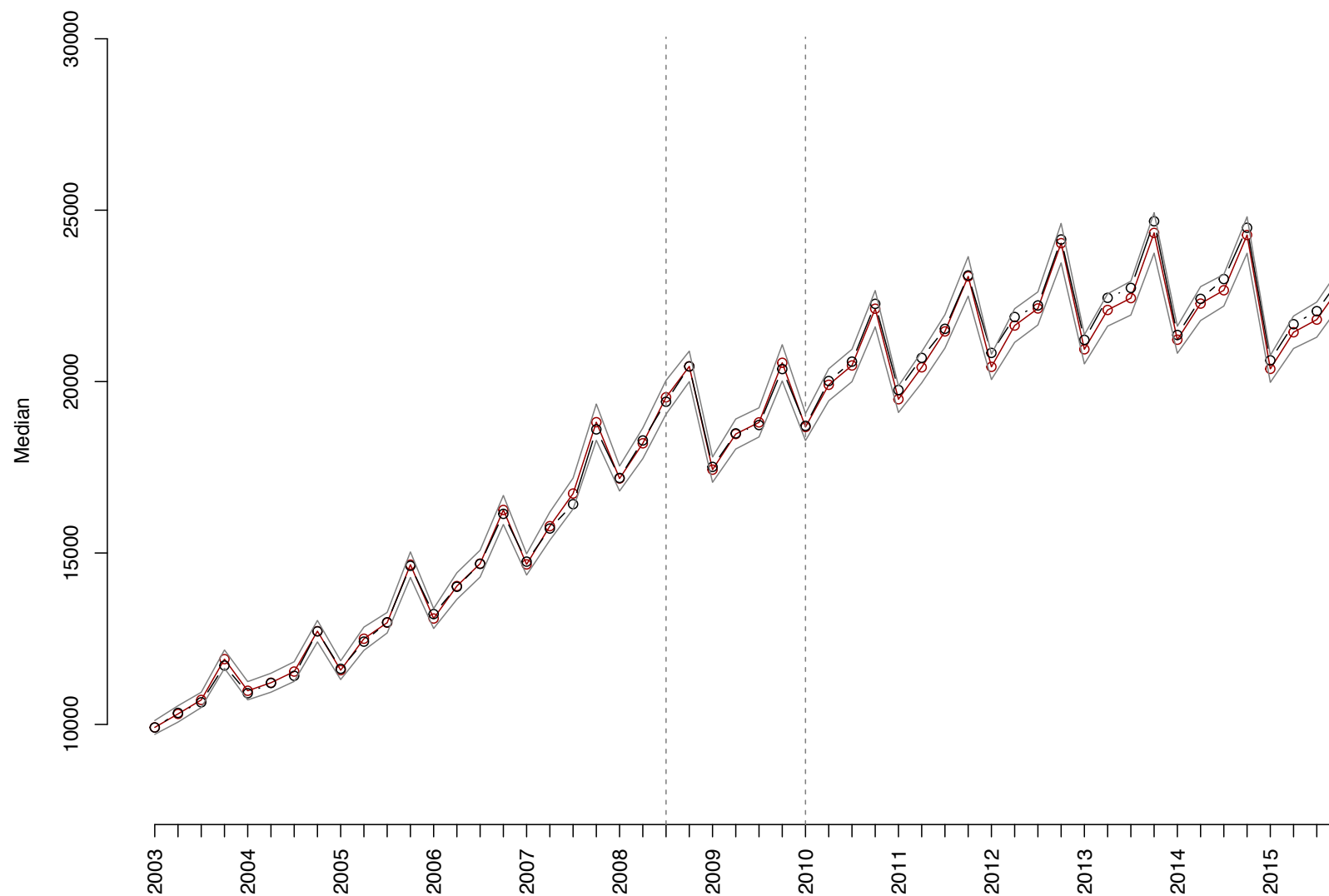
Maximum Pseudo-Likelihood Estimation



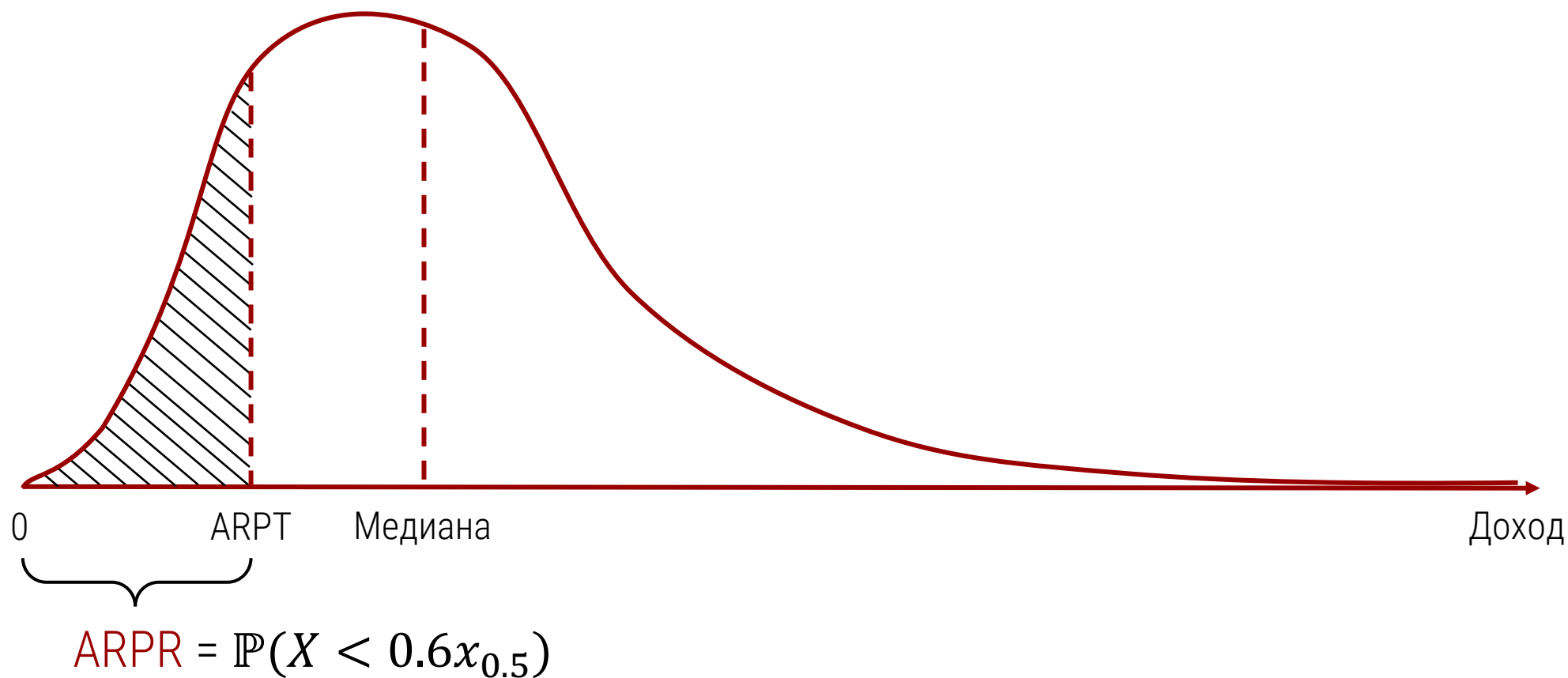
Goodness-of-fit



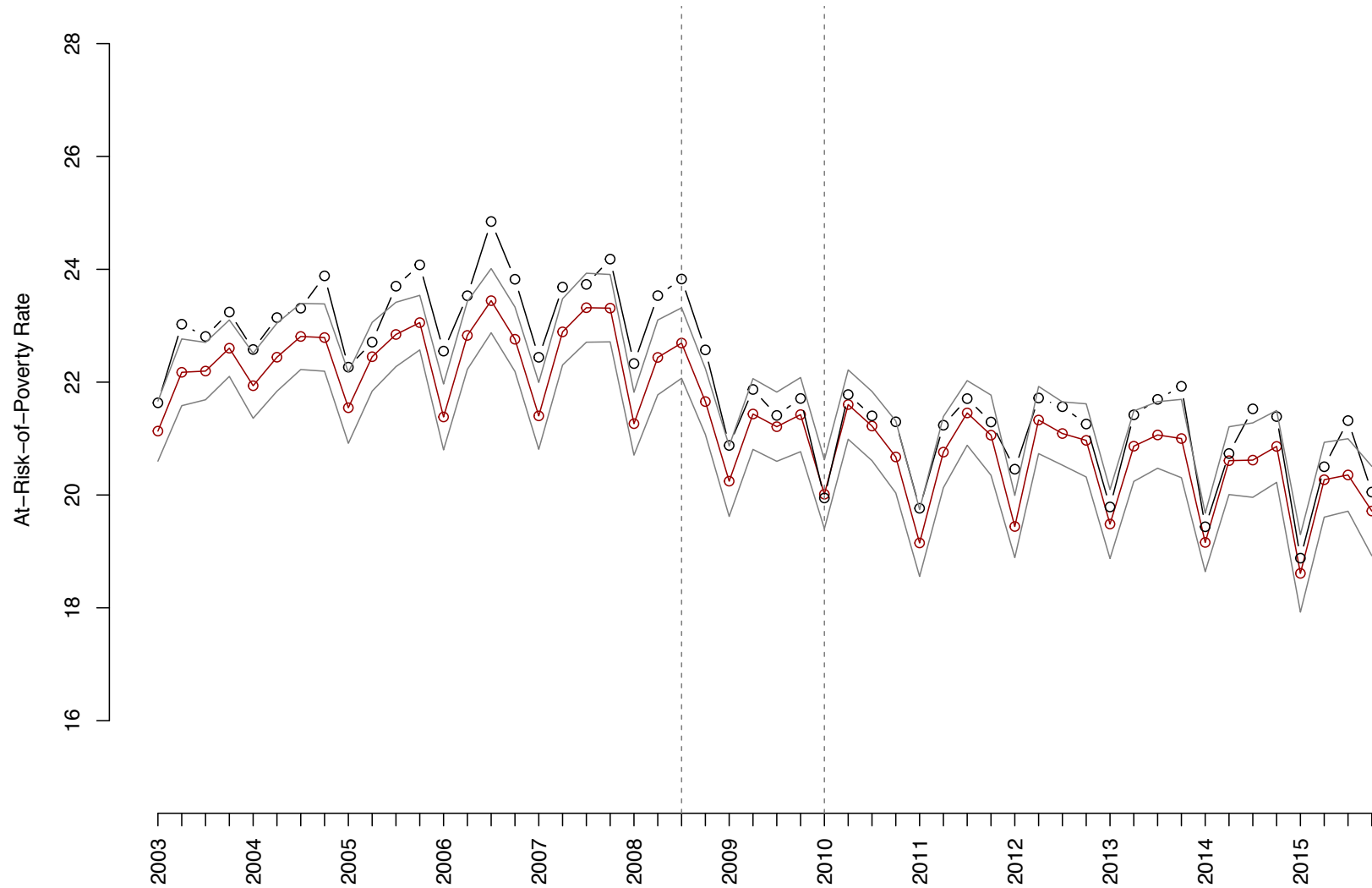
Медианный доход



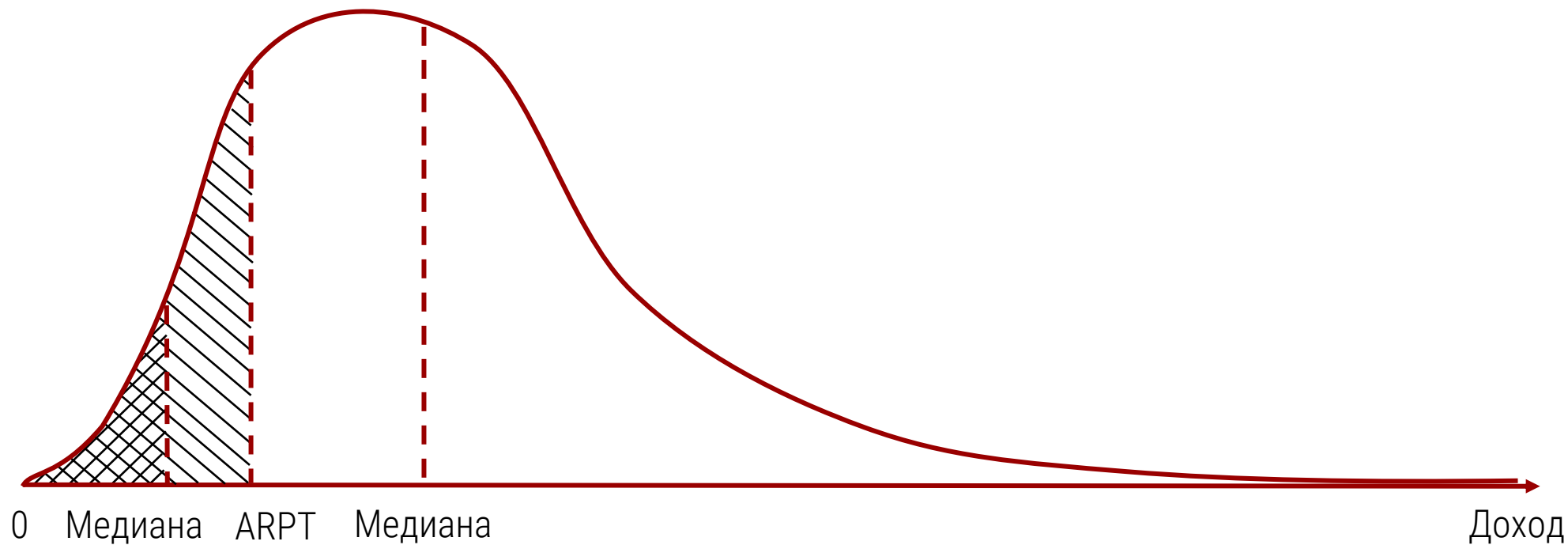
At-risk-of-poverty rate



At-risk-of-poverty rate

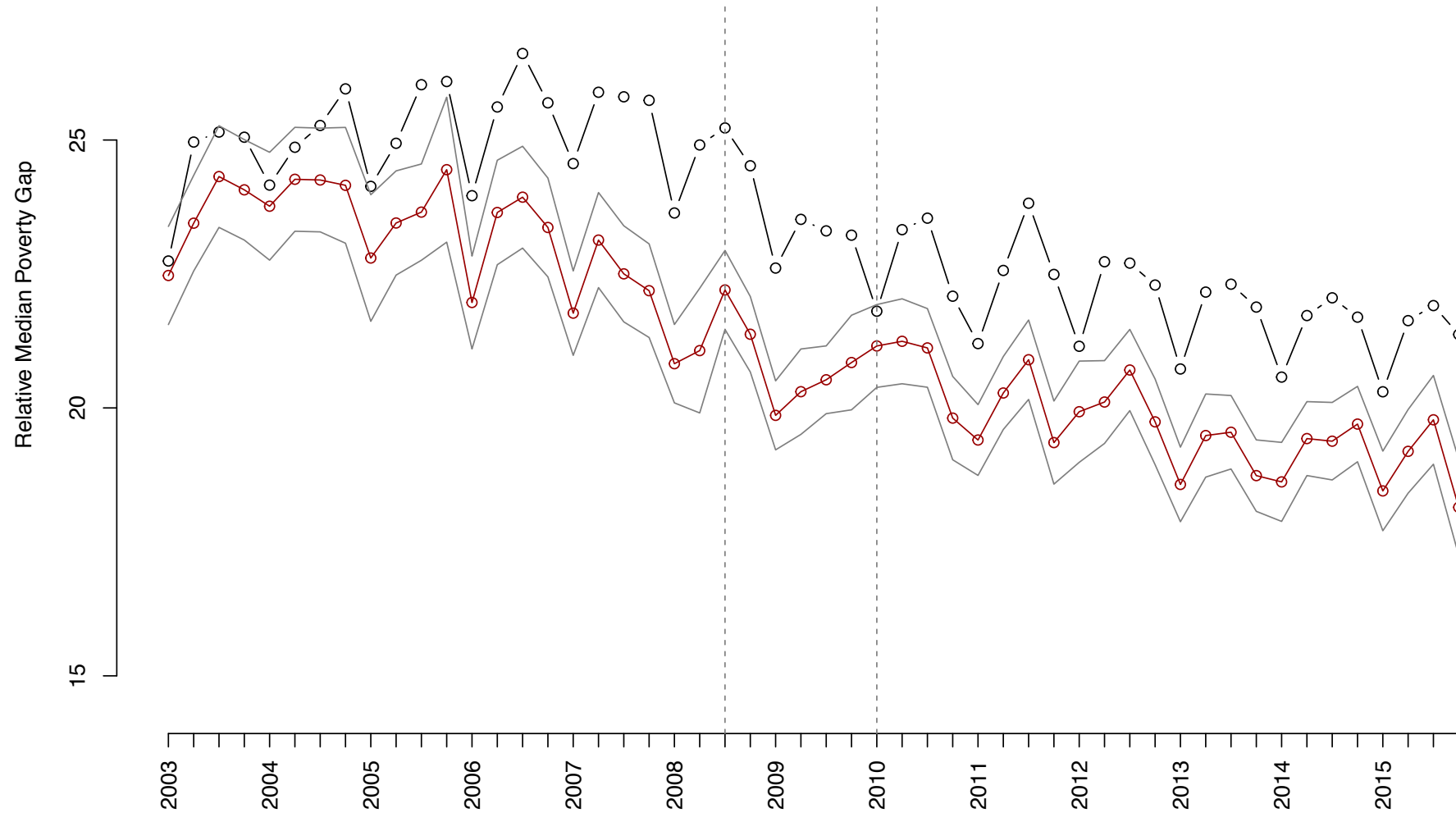


Relative median poverty gap



$$\text{RMPG} = 1 - \frac{F^{-1}(ARPT/2)}{F^{-1}(ARPT)}$$

Relative median poverty gap

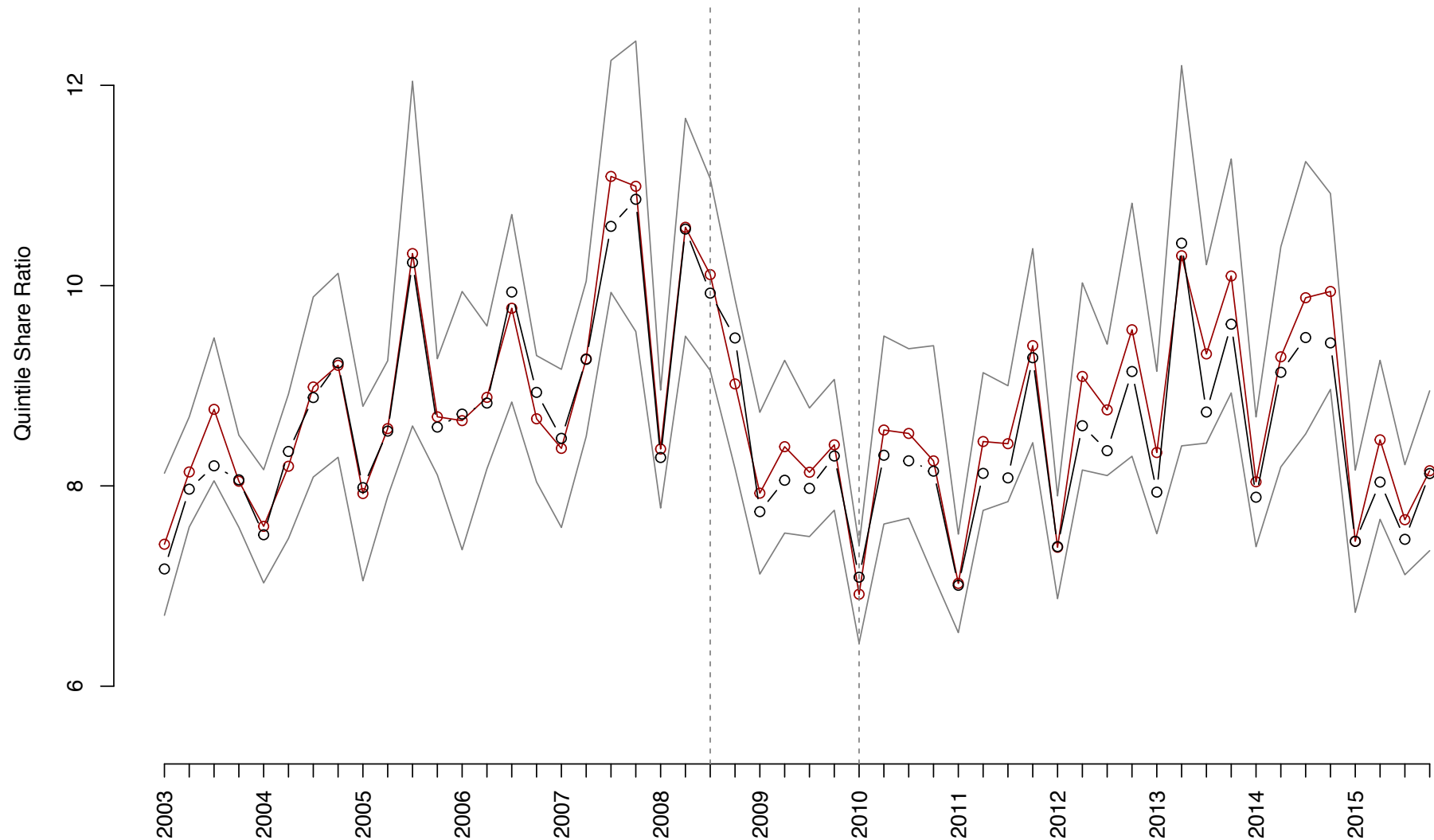


Отношение долей квинтилей



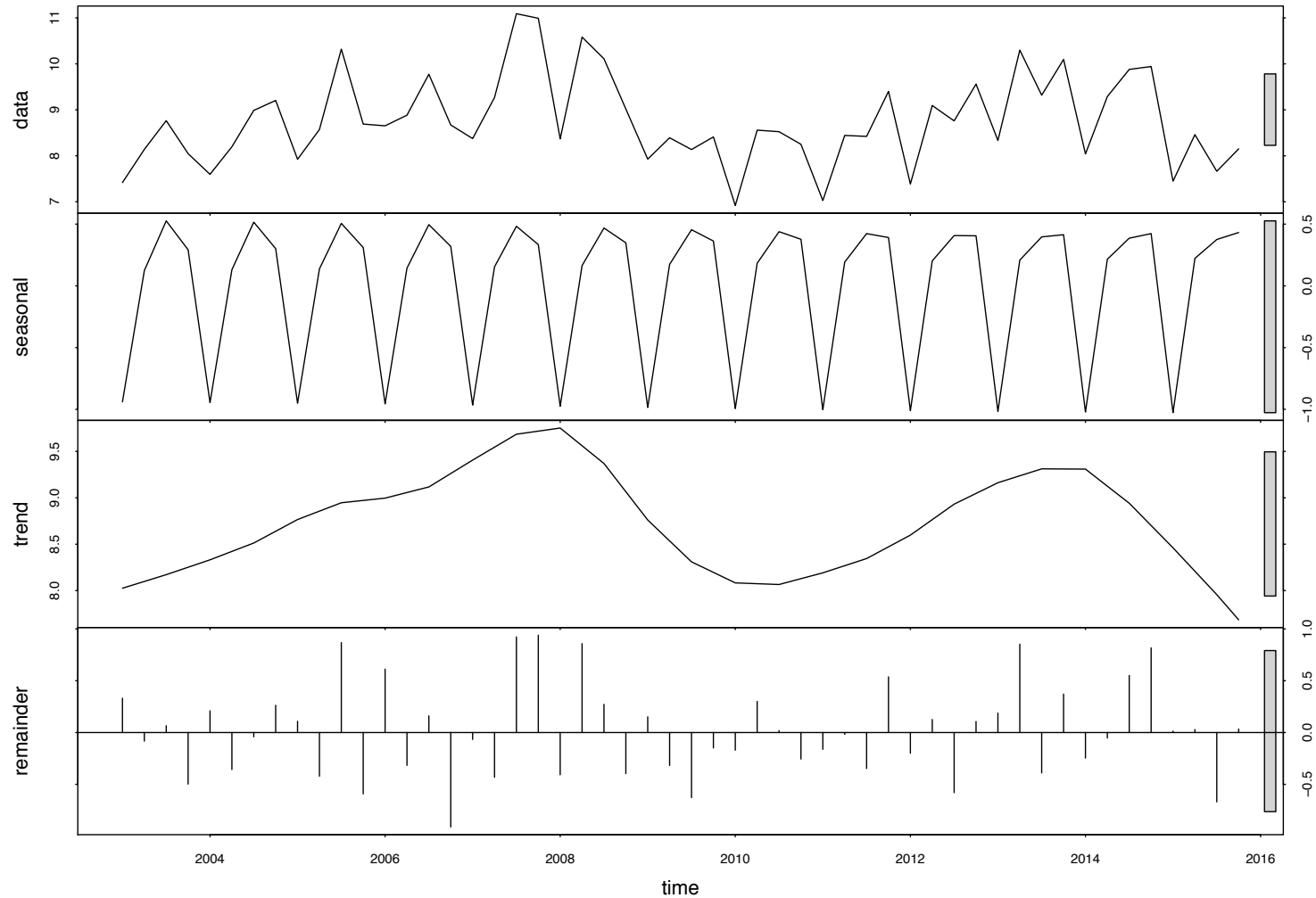
$$QSR = \frac{\int_{x_{0.8}}^{\infty} yf(y)dy}{\int_0^{x_{0.2}} yf(y)dy} = \frac{\text{[shaded rectangle above axis]}}{\text{[shaded rectangle below axis]}}$$

Отношение долей квинтилей

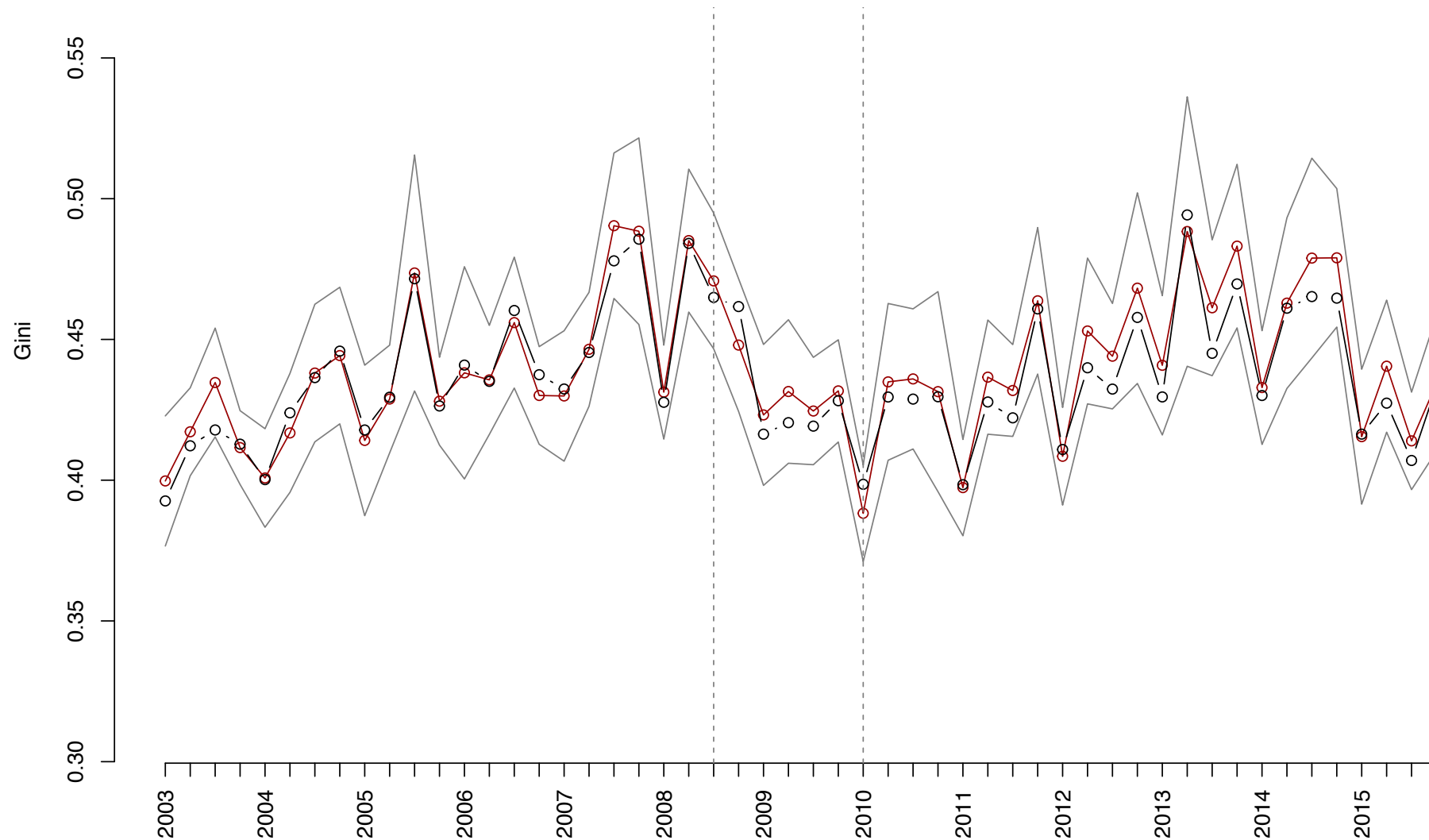


Seasonal-Trend Decomposition

Отношение долей квинтилей

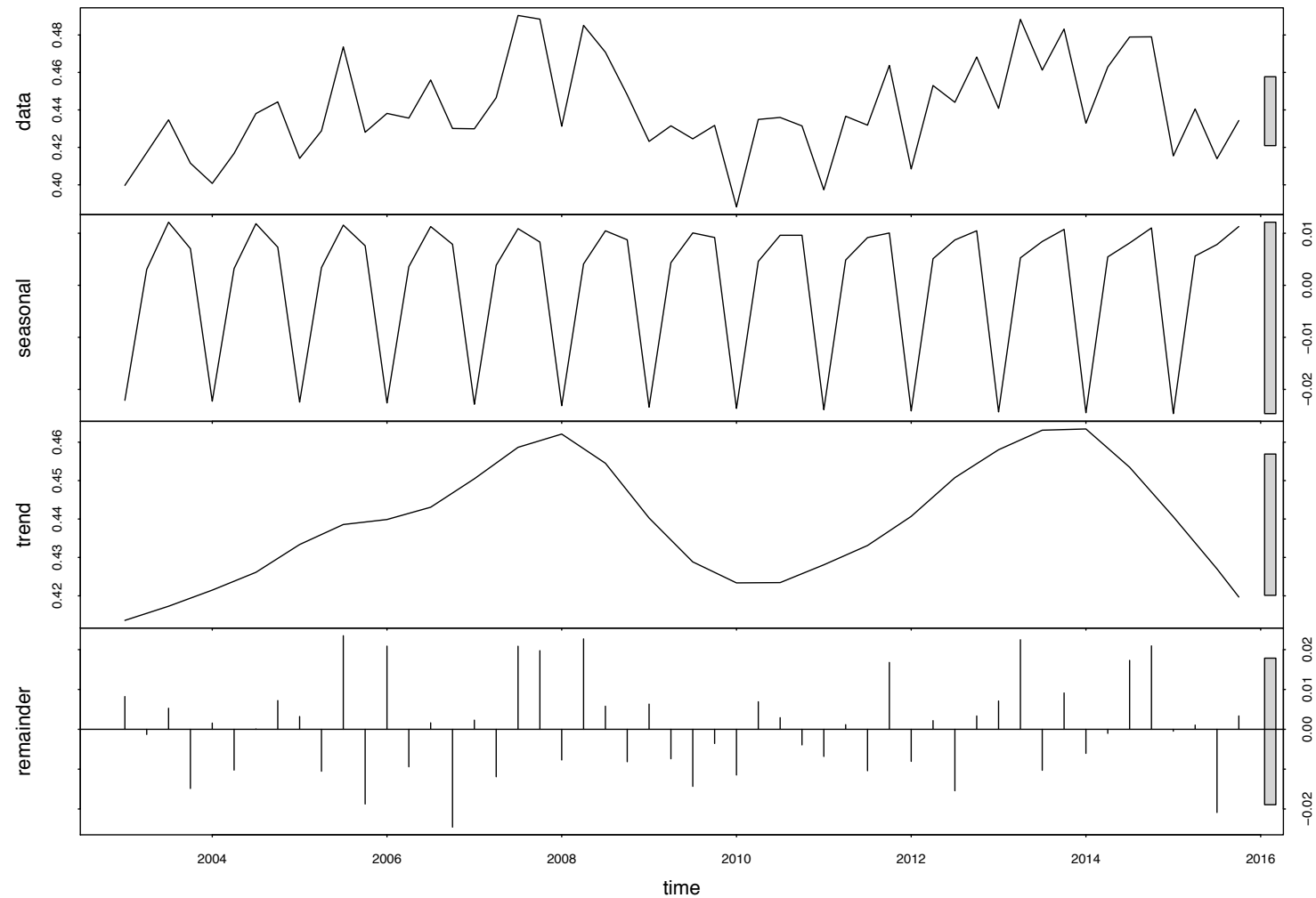


Коэффициент Джини



Seasonal-Trend Decomposition

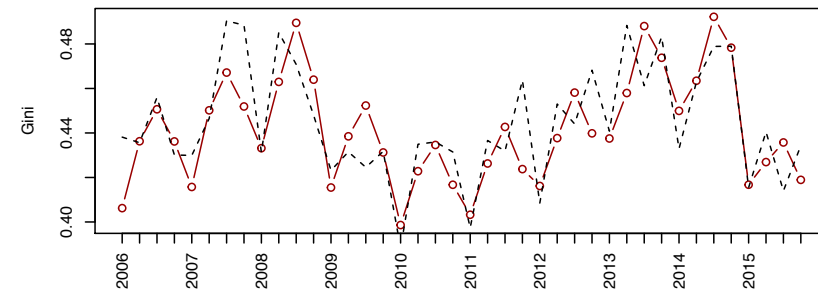
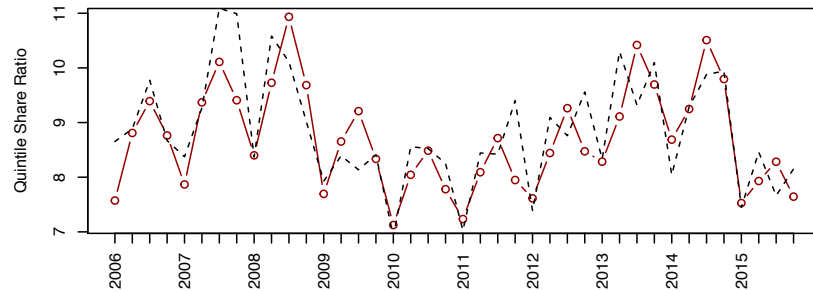
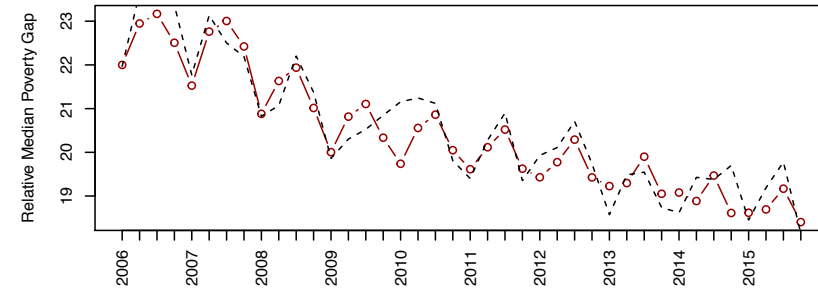
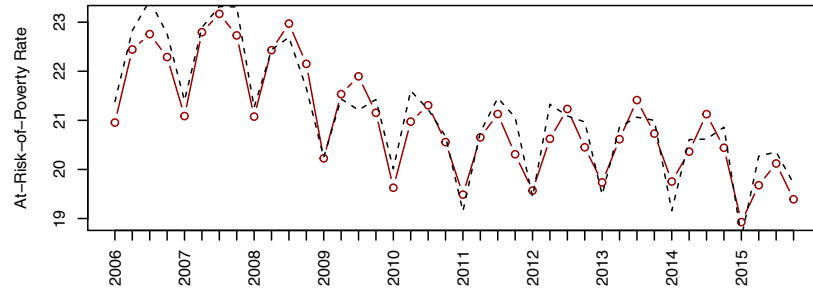
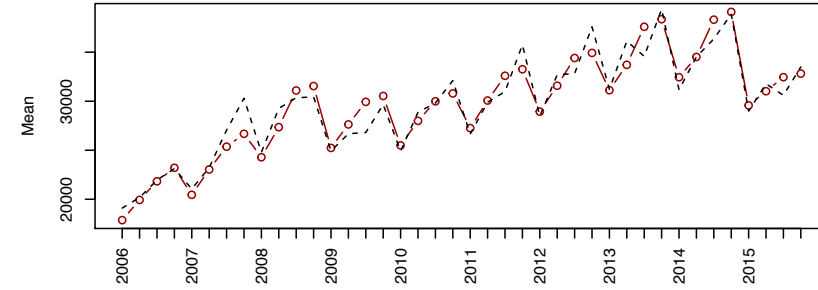
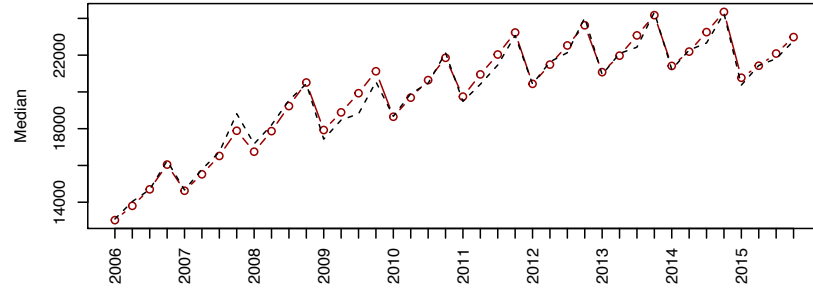
Коэффициент Джини



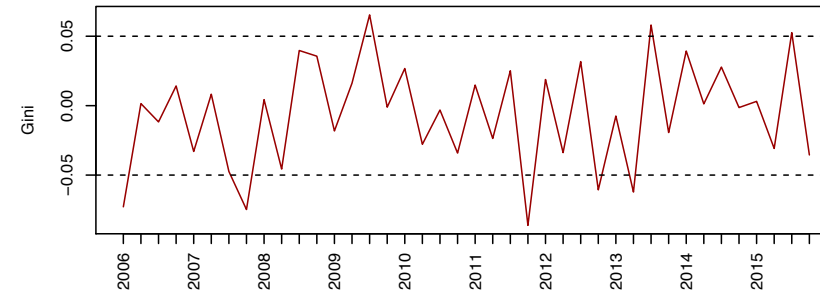
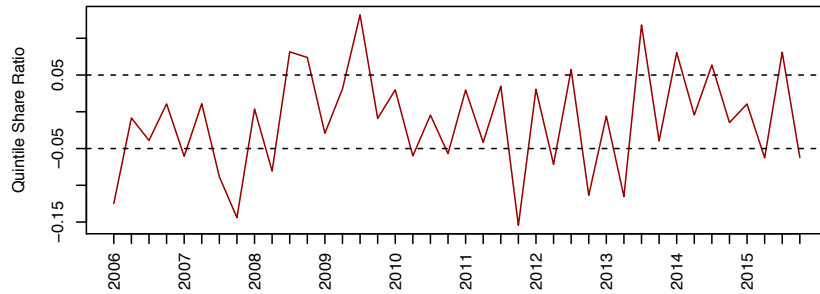
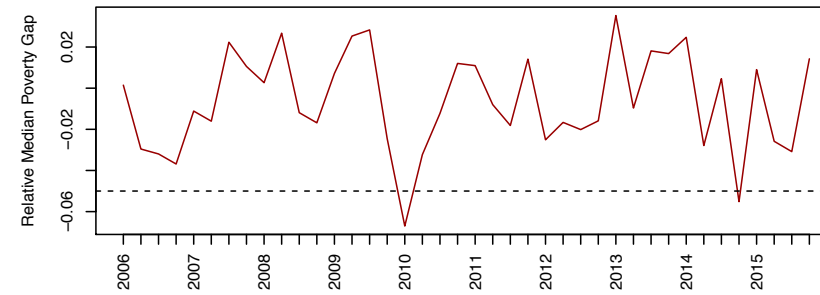
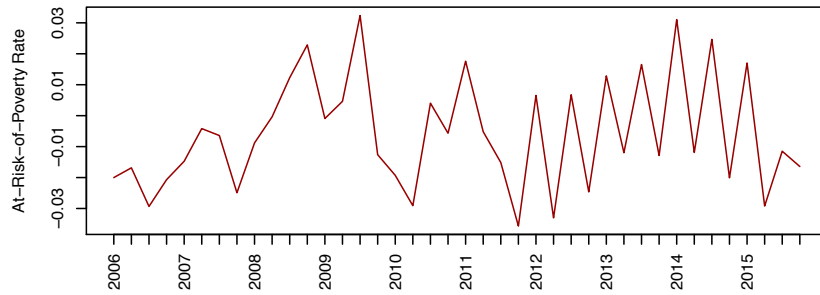
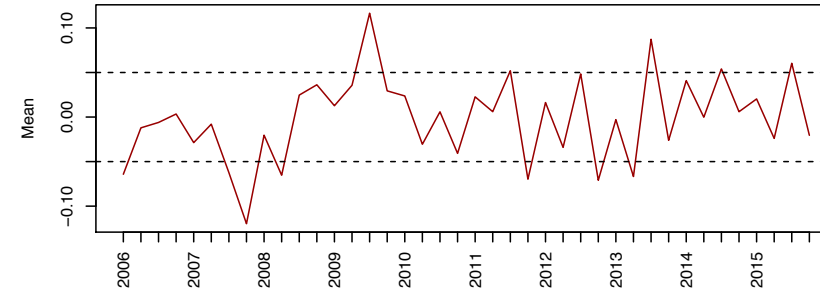
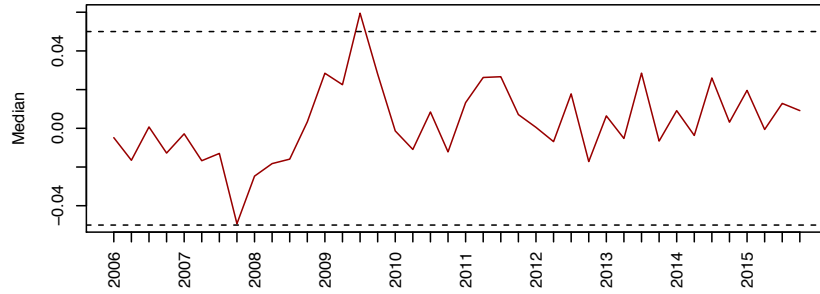
Метод прогнозирования

1. Декомпозиция на трендовую и сезонную компоненты методом STL;
2. Прогнозирование трендовой компоненты с использованием скользящего окна;
3. Наивный прогноз сезонной компоненты;
4. Объединение прогнозов тренда и сезонности;
5. Оценивание мер неравенства как функций от спрогнозированных параметров.

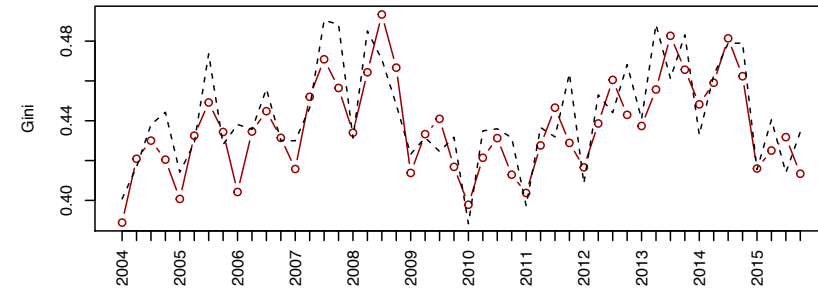
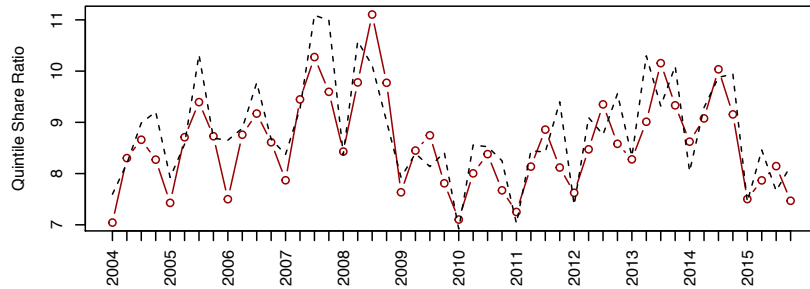
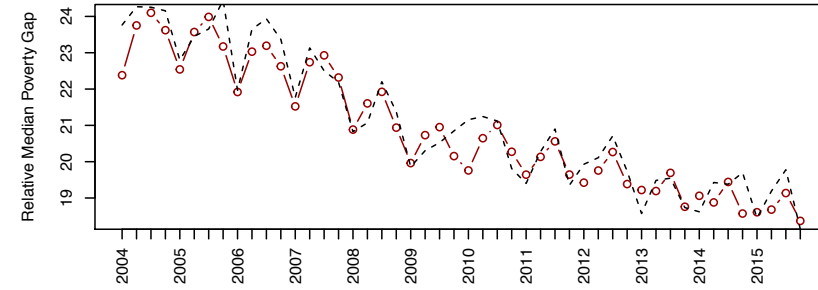
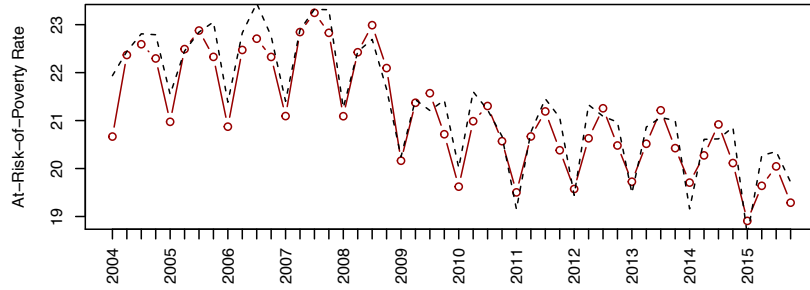
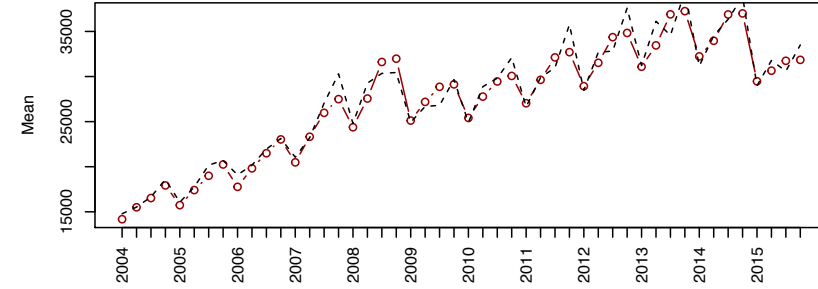
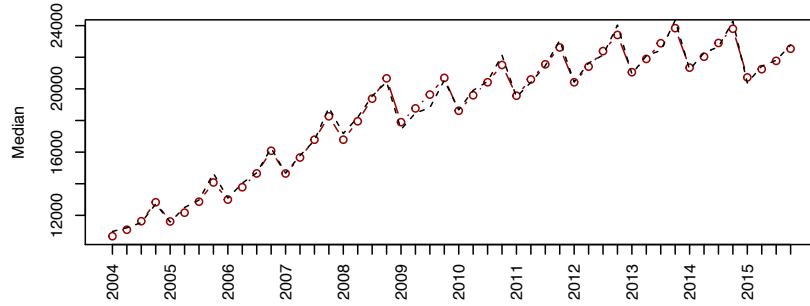
ARIMA(1,1,1)



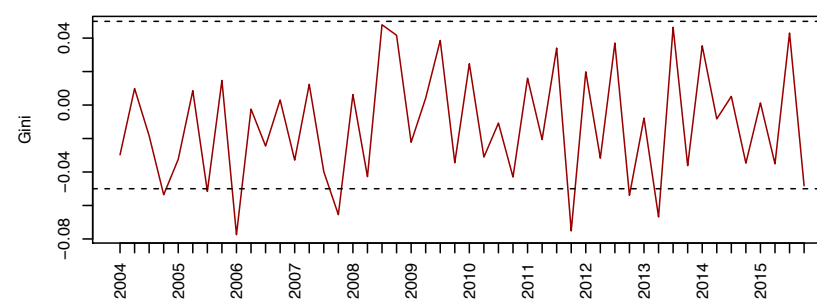
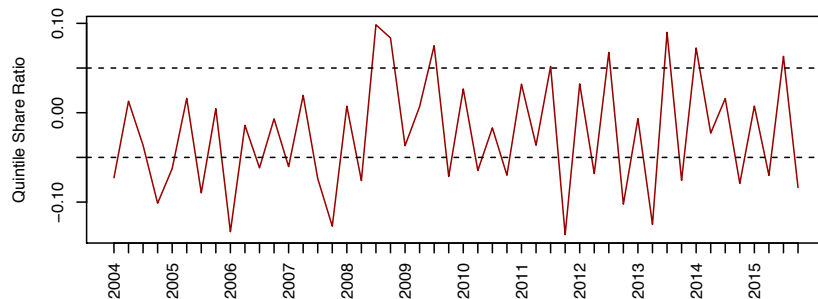
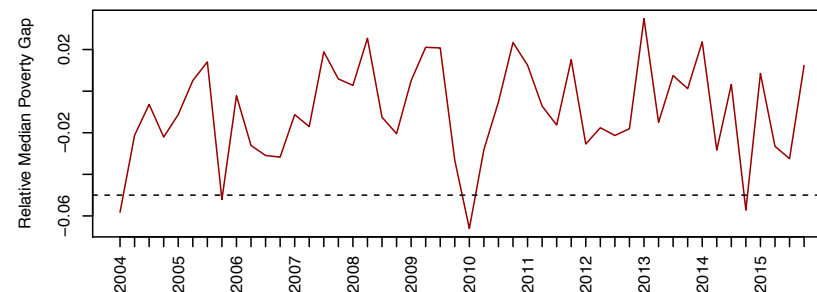
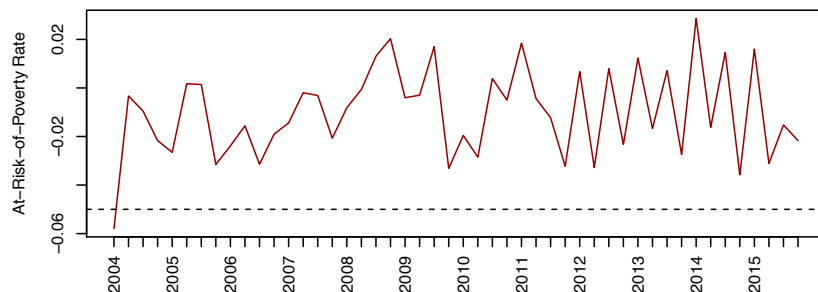
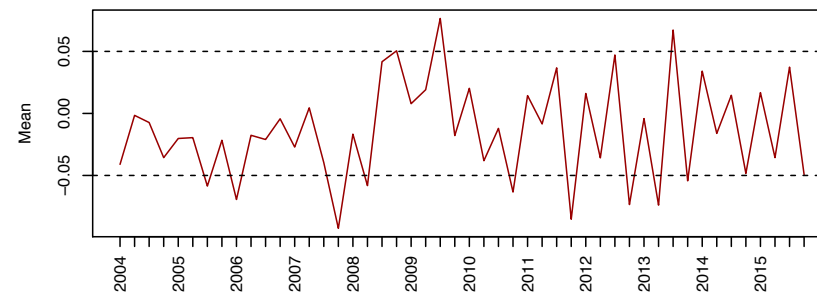
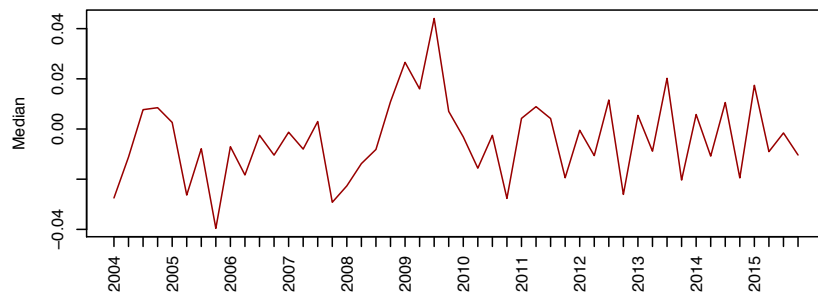
Ошибки ARIMA(1,1,1)



Holt's Exponential Smoothing



Ошибки Holt's Exponential Smoothing



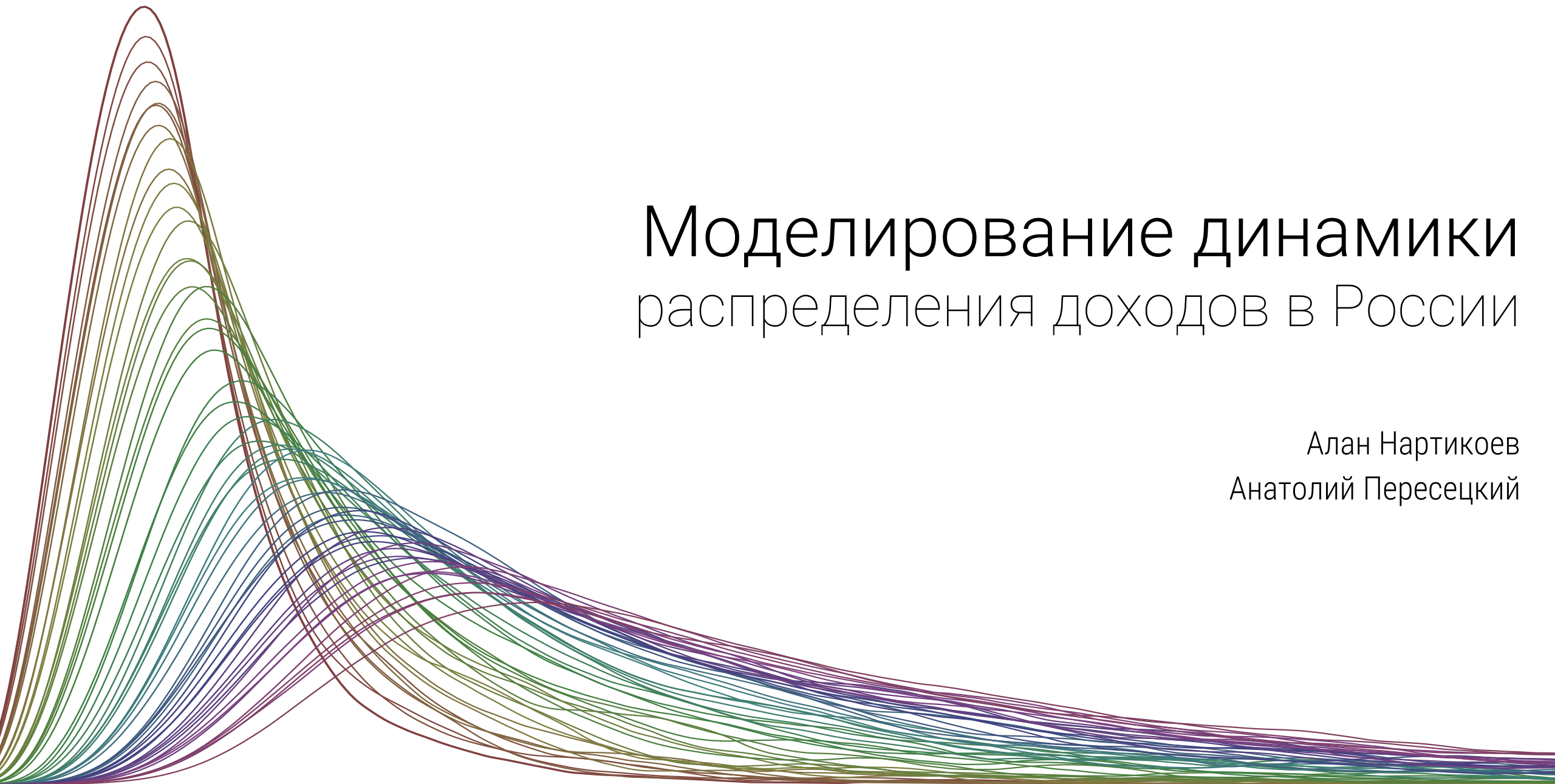
Выводы

- Средний и медианный располагаемые доходы в реальном выражении снижаются под влиянием макроэкономических шоков;
- Несмотря на неустойчивый рост реальных доходов, значения индикаторов ARPR и RMPG показывают тенденцию к устойчивому снижению;
- Коэффициент Джини и отношение квинтилей демонстрируют снижение неравенства в период кризисов;
- Параметры GB2-распределения позволяют с достаточно высокой точностью прогнозировать значения мер неравенства.



Моделирование динамики распределения доходов в России

Алан Нартиков
Анатолий Пересецкий



Maximum Pseudo-Likelihood

Логарифм функции правдоподобия:

$$\ln L(\theta; x_i) = \sum_{i=1}^m w_i n_i \ln f(x_i; \theta)$$

Частные производные от вектора параметров:

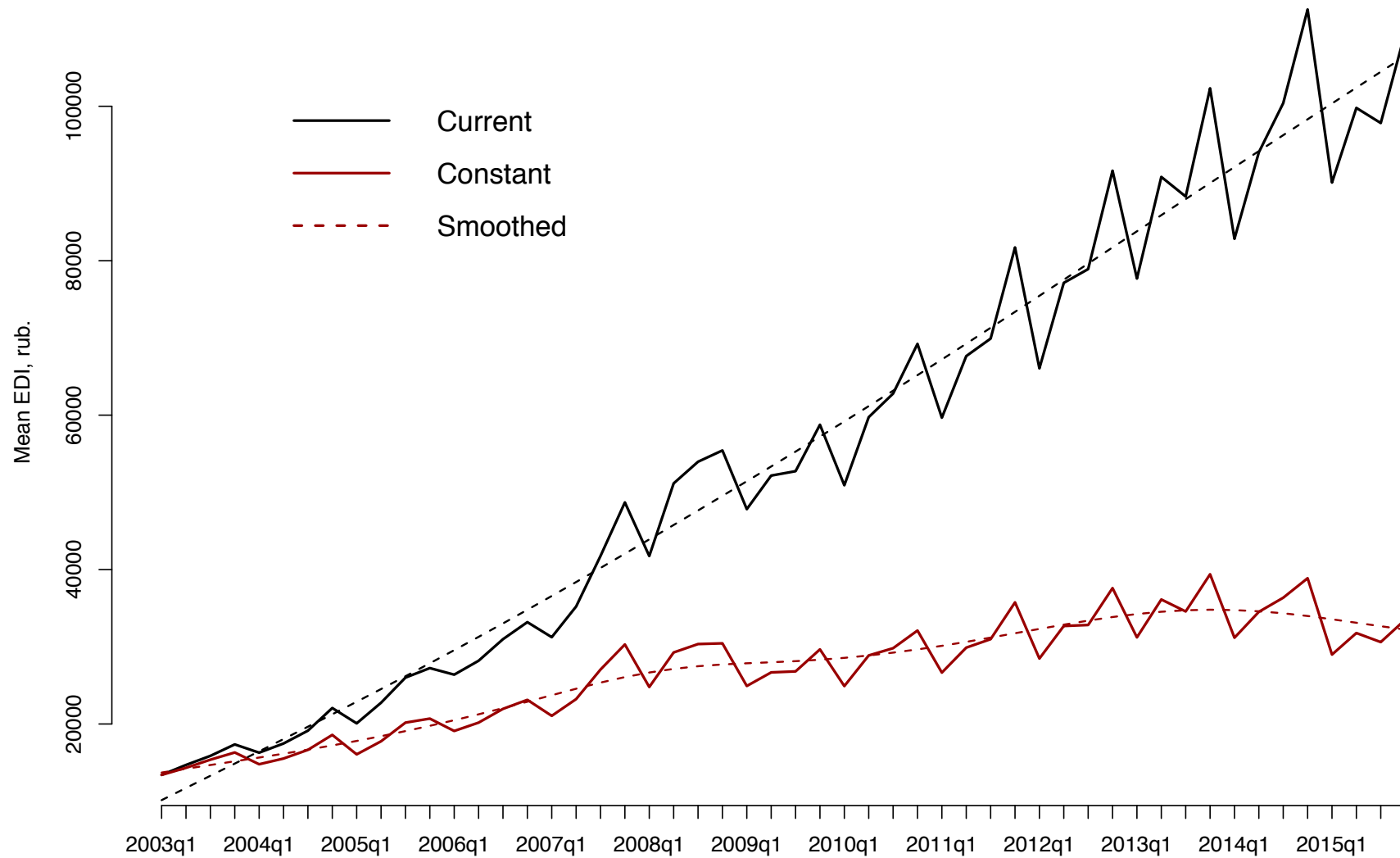
$$\frac{\partial \ln(f)}{\partial a} = \frac{1}{a} p \ln\left(\frac{x}{b}\right) - (p+q) \frac{1}{a} \frac{y \ln(y)}{1+y} = \frac{1}{a} \left(1 + py - (p+q) \frac{y \ln y}{1+y} \right),$$

$$\frac{\partial \ln(f)}{\partial b} = -\frac{1}{b} + (ap-1) \frac{b}{x} \frac{x}{b^2} + (p+q) \frac{a}{b} \frac{y}{1+y} = \frac{1}{b} \left((p+q) \frac{ay}{1+y} - ap \right),$$

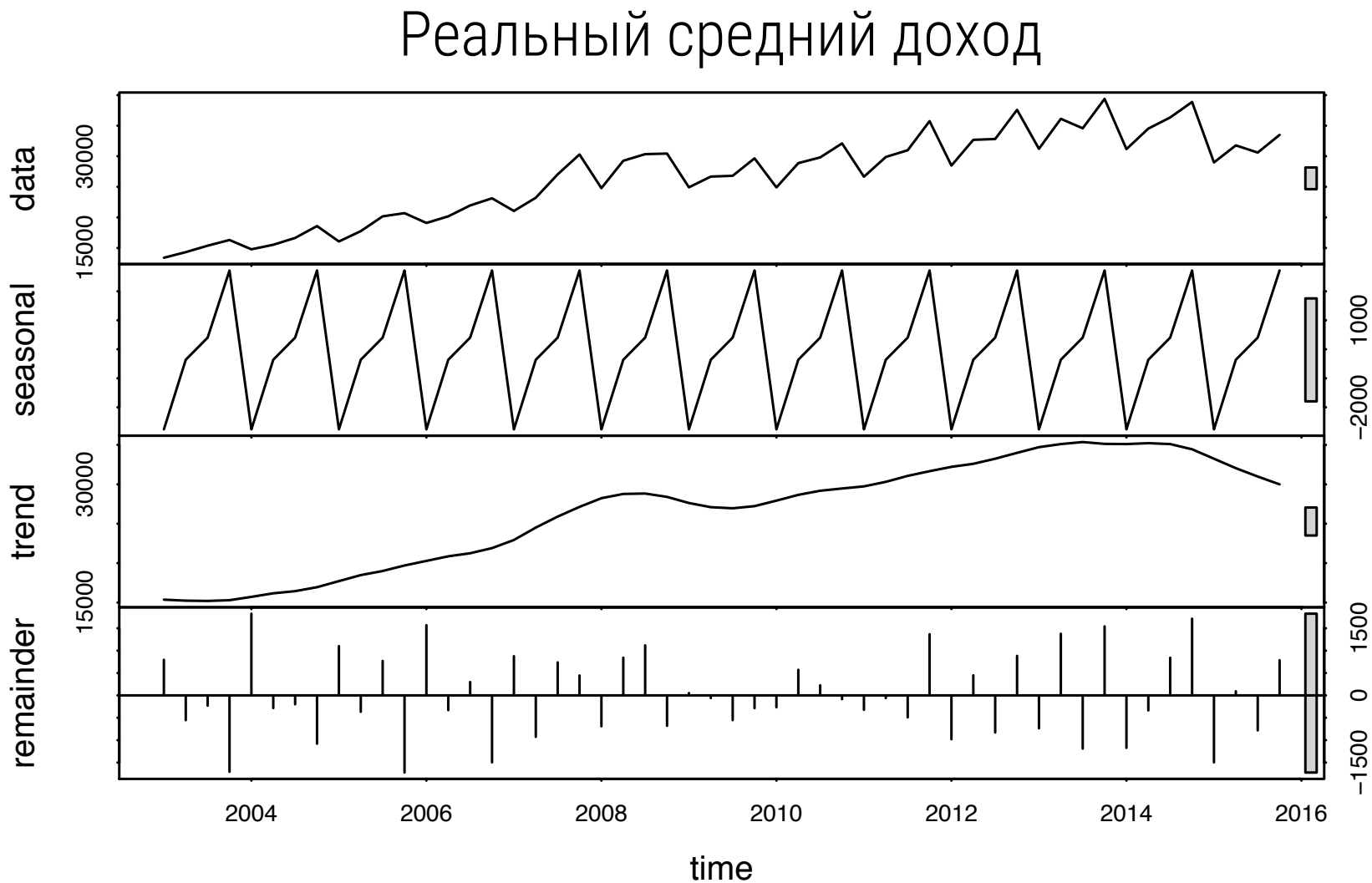
$$\frac{\partial \ln(f)}{\partial p} = \varphi(p+q) - \varphi(p) + \ln(y) - \ln(1+y),$$

$$\frac{\partial \ln(f)}{\partial q} = \varphi(p+q) - \varphi(q) - \ln(1+y).$$

Средний доход



Seasonal-Trend Decomposition



Дальнейшее исследование

Декомпозиция на однородные группы с
помощью смеси распределений

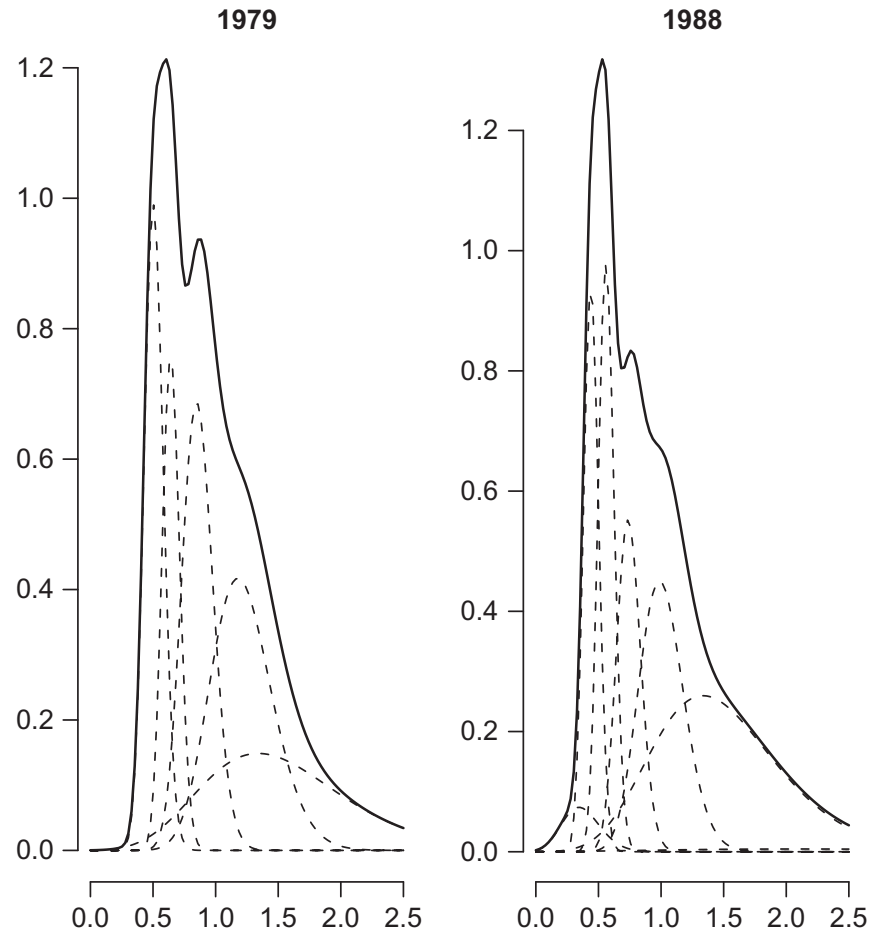
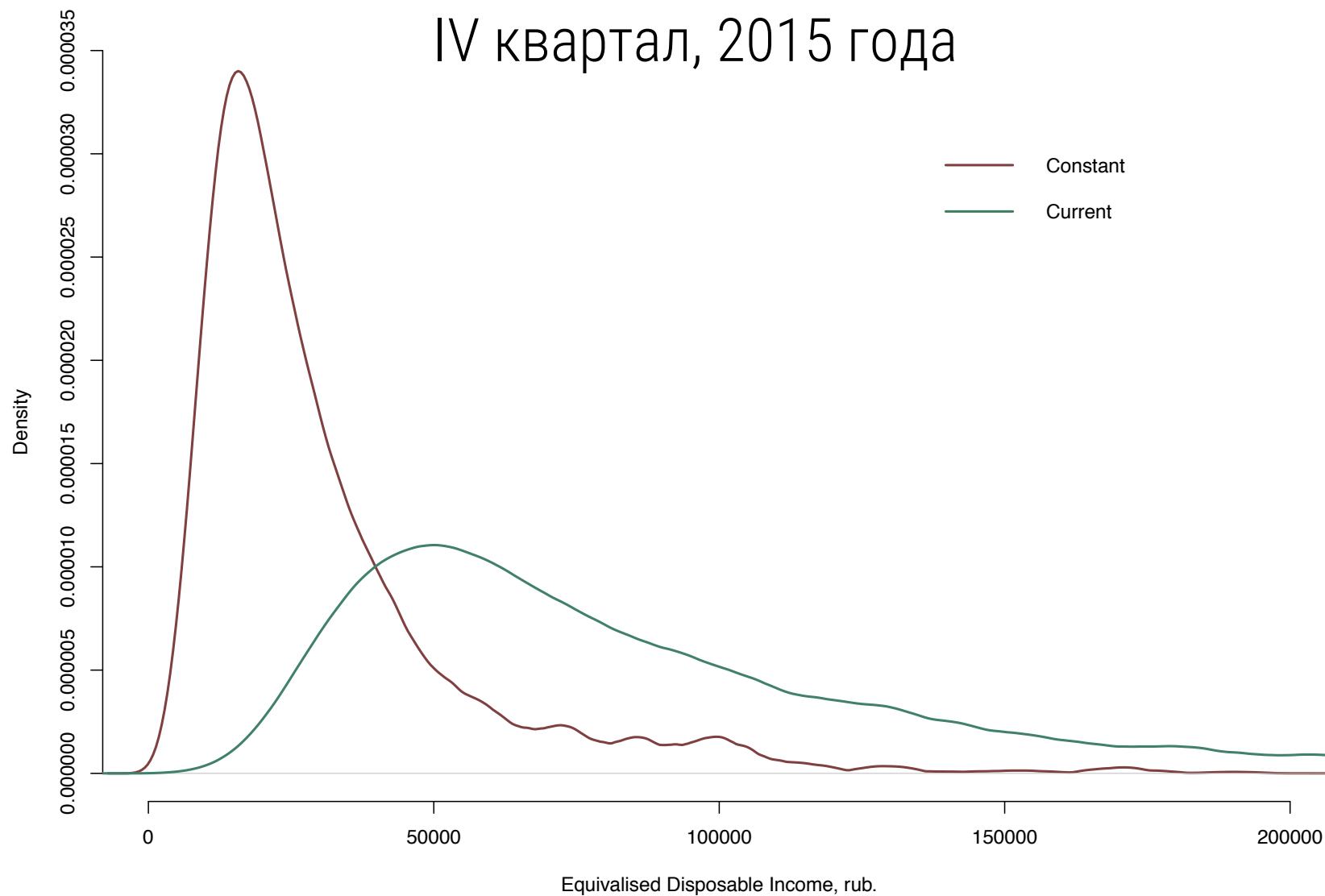


Image Courtesy: Cowell, F. and Flachaire, E. (2015)

Kernel Density Estimation



Обзор литературы

Кривая Лоренца

